

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Физико-технический факультет
Кафедра математической физики

УТВЕРЖДАЮ
проректор

_____ П.А. Машаров
«17» апреля 2025 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

Укрупненная группа направлений подготовки	44.00.00 Образование и педагогические науки
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки / Специальность	44.03.05 Педагогическое образование
Направленность (профиль) образовательной программы / Специализация	Физика и информатика
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная, заочная

Рабочая программа может быть адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2025

Рабочая программа дисциплины **«Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление»** для обучающихся по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование (Профиль: Физика и информатика), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 22.02.2018 № 125 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2025 года.

Разработчик:

доцент кафедры математической физики,
канд. физ.-мат. наук

А.Д. Манов

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры математической физики.
Протокол от 10.04.2025 г. №11.

Заведующий кафедрой

В.И. Колесник

СОГЛАСОВАНО:

И.о. декана физико-технического факультета
16.04.2025 г.

С.А. Фоменко

Учебно-методическая комиссия физико-технического факультета.
Протокол от 16.04.2025 г. № 4.

Председатель

В.Н. Котенко

Руководитель основной образовательной
программы, канд. физ.-мат. наук
10.04.2025 г.

А.В. Безус

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объеме программы средней школы;
введение к дисциплинам фундаментальной подготовки – математика;
математический анализ;
аналитическая геометрия и линейная алгебра.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

«Методы математической физики», «Теоретическая физика (Электродинамика сплошных сред)», «Теоретическая физика (Квантовая механика)», «Теоретическая физика (Электродинамика)», «Численные методы».

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы (далее – ОП)	44.03.05 Педагогическое образование
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.7 Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

В случае предъявления от обучающегося или его родителя (законного представителя) заявления на обучение по адаптированной образовательной программе высшего образования, подкрепленного заключением психолого-медико-педагогической комиссии (ПМПК) или медико-социальной экспертизы (МСЭ) с рекомендациями создания индивидуальной программы реабилитации и абилитации (ИПРА), данная рабочая программа может быть адаптирована с учетом индивидуальных особенностей здоровья обучающегося.

2.2. Распределение часов по формам и периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					Форма контроля
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной и контактной работы	всего	
Очная	2	3	34	51	-	59	144	экзамен
Заочная	2	3	6	10	-	128	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

Освоение фундаментальных понятий и методов обыкновенных дифференциальных уравнений и их применения для моделирования и исследования различных физических,

технических, экономических и социальных явлений и процессов и направлено на решение следующих задач; сформировать умение самостоятельно описывать поведение математических моделей с помощью дифференциальных уравнений; научить решать стандартные дифференциальные уравнения.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	ПК-1.4. Способен выработать умения классифицировать уравнения	ПК-1.4.1. Знает общематематические понятия, основные методы доказательств, способы получения математического результата. ПК-1.4.2. Умеет использовать основные алгоритмы, закономерности получения математических результатов, делать выводы. ПК-1.4.3. Владеет навыками доказательств математических утверждений, навыками построения математических утверждений, навыками доказательств математических алгоритмов.
	ПК-1.5. Овладевает навыками моделирования практических задач дифференциальными и разностными уравнениями	ПК-1.5.1. Знает теоремы о свойствах решений линейных дифференциальных уравнений ПК-1.5.2. Умеет решать линейные дифференциальные и разностные уравнения и системы с постоянными коэффициентами ПК-1.5.3. Владеет техникой доказательства основных теорем теории дифференциальных уравнений

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	1.1. Понятие дифференциальных уравнений. 1.2. Интегрирование некоторых типов уравнений первого порядка, решенных относительно производной. 1.3. Уравнения, не решенные относительно производных.
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков	2.1. Уравнения n-го порядка общего вида. 2.2. Линейные однородные и неоднородные уравнения.
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	3.1. Системы дифференциальных уравнений нормального типа. 3.2. Системы дифференциальных уравнений в симметричной форме.
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений	4.1. Прямые методы вариационного исчисления. 4.2. Основные типы интегральных уравнений.

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	17	24	-	28	69
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	8	12	-	14	34
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков	9	12	-	14	35
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	17	27	-	31	75
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	8	13	-	15	36
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений	9	14	-	16	39
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	34	51	-	59	144
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОП	34	51	-	59	144

6.2. Форма обучения – заочная, курс – 2, семестр – 3

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС+К	Всего
Раздел 1. Дифференциальные уравнения	3	4	-	64	71
1. Дифференциальные уравнения 1-го порядка	2	2	-	32	36
2. Дифференциальные уравнения n-го порядков	1	2	-	32	35
Раздел 2. Основы вариационного исчисления	3	6	-	64	73
3. Линейные дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений	1	2	-	32	35
4. Основы вариационного исчисления и линейных интегральных уравнений	2	4	-	32	38
ИТОГО ЗА СЕМЕСТР	6	10	-	128	144
ИТОГО ЗА КУРС	6	10	-	128	144

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Раздел 1. Дифференциальные уравнения

1. Определение обыкновенного дифференциального уравнения. Порядок уравнения. Решение, интегральная кривая. Примеры.
2. Задача Коши, начальные данные. Геометрическая интерпретация задачи Коши. Общее и частное решения дифференциального уравнения. Примеры.
3. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными, а также приводящиеся к ним.
4. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка, а также приводящиеся к ним.
5. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Различные методы их решения.
6. Дифференциальные уравнения Бернулли. Методы их решения.
7. Дифференциальное уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
8. Теорема существования и единственности (формулировка) для дифференциального уравнения первого порядка.
9. Простейшие типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.
10. Линейная зависимость и независимость систем функций. Линейное пространство решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка, его размерность. Фундаментальная система решений однородного уравнения n -ого порядка. Теорема об общем решении однородного уравнения.
11. Определитель Вронского системы функций и его свойства. Теорема Остроградского-Лиувилля и следствия из неё.
12. Общее решение неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка. Теорема о структуре общего решения.
13. Метод вариации постоянных для поиска частных решений неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка.
14. Фундаментальная система решений однородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения n -ого порядка с постоянными коэффициентами.
15. Построение общего решения неоднородного линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.
16. Понятие функции Грина.

Раздел 2. Основы вариационного исчисления

17. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Основные определения.
18. Сведение уравнения n -го порядка к системе n уравнений 1-го порядка.
19. Дифференциальные уравнения в частных производных.
20. Понятие функционала. Необходимое условие экстремума.
21. Вариационная задача с закрепленными границами.
22. Уравнение Эйлера.
23. Задачи на условный экстремум. Задача с подвижными границами.
24. Достаточное условие экстремума.
25. Постановка вариационных задач.
26. Основные типы линейных интегральных уравнений.
27. Методы вариационного исчисления.

28. Уравнения Вольтерра и Фредгольма.
29. Собственные значения и собственные функции однородного уравнения Фредгольма. Теорема Гильберта-Шмидта.
30. Неоднородное уравнение Фредгольма второго рода.
31. Альтернатива Фредгольма для уравнений с вырожденным и непрерывным ядром.
32. Теорема Фредгольма.
33. Применение интегральных уравнений к решению краевых задач.
34. Интегральное уравнение Фредгольма первого рода.

7.2. Темы письменных работ (типы задач)

Контрольные работы по практике темам:

- дифференциальные уравнения (решение обыкновенных дифференциальных уравнений, решение задачи Коши, решение линейных дифференциальных уравнений первого порядка, решение дифференциальных уравнений в полных дифференциалах и т.д.);
- основы вариационного исчисления (решение систем обыкновенных дифференциальных уравнений, решение дифференциальных уравнений в частных производных и т.д.).

Контрольная работа по проверке теоретических знаний – по всем темам, с использованием указанных выше контрольных вопросов.

7.3. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

ОБРАЗЕЦ ЭКЗАМЕНАЦИОННОГО БИЛЕТА

Донецкий государственный университет
Физико-технический факультет
Кафедра математической физики

Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	44.03.05 Педагогическое образование
Профиль подготовки	Физика и информатика
Форма обучения	Очная
Семестр	Третий
Дисциплина	Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление

Экзаменационный билет № 1

1. Простейшие типы уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка.
2. Решить дифференциальное уравнение.

$$(x + 2xy)dx + x^2 dy = 0$$
3. Решить дифференциальное уравнение.

$$y' + 2xy = xe^{-x^2}, \quad y(0) = 2.$$

Зав. кафедрой

В.И. Колесник

Экзаменатор

А.Д. Манов

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже.

Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и практических занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

Самостоятельная работа оценивается на основе предоставленных на проверку выполненных домашних, индивидуальных заданий с учетом своевременности их предоставления и соответствия требованиям к их выполнению.

Количество баллов за контрольную работу вычисляется как сумма баллов за все входящие в её состав задания. Каждое задание оценивается исходя из максимально возможного количества баллов с учетом правильности выполнения задания, полноты приводимых обоснований.

По результатам работы в семестре обучающийся, набравший не менее 60 баллов, имеет право получить оценку. Те, кто претендует на более высокий балл, проходят промежуточную аттестацию. Максимальное количество баллов на промежуточной аттестации – 100. Общее количество баллов за семестр вычисляется как максимальная из полученных за семестр и на промежуточной аттестации и выставляется согласно принятому порядку.

Для очной формы обучения

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
2	Организационно-учебная работа в аудитории	5
	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация (экзамен)		100
Общий итог за семестр		100

Для заочной формы обучения

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
1	Организационно-учебная работа в аудитории	5

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
2	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
	Организационно-учебная работа в аудитории	5
2	Самостоятельная работа	30
	Контрольные работы по практике	10
	Контрольная работа по теоретическому материалу	5
	Организационно-учебная работа в аудитории	5
ИТОГО		100
Промежуточная аттестация (экзамен)		100
Общий итог за курс		100

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в 4-м учебном корпусе (г. Донецк, пр. Театральный, д. 13). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя. Выход в Интернет проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методических кабинетах главного корпуса университета.

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

10. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

10.1. Основная литература

1. Эльсгольц, Лев Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление : Учеб. для физ. и физ.-мат. фак. ун-тов / Л.Э. Эльсгольц. - 4-е изд. - М. : Эдиториал УРСС, 2000. - 320 с.
2. Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям : [Для вузов]. - 7-е изд. - М. : Наука, 1992. - 127 с.
3. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : [Для физ. и мех.- мат. спец. вузов] / Б. П. Демидович. - 10-е изд. - М. : Наука, 1990. - 624 с.
4. Альсевич, Л. А. Практикум по дифференциальным уравнениям : Учеб. для студентов вузов, обучающ. по специальности "Прикл. математика" / Л. А. Альсевич, Л. П. Черенкова. - Минск : Вышэйш. шк., 1990. - 318 с.

10.2. Дополнительная литература

1. Матвеев, Н. М. Обыкновенные дифференциальные уравнения : Учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. - СПб. : Спец. лит., 1996. - 371 с.
2. Романко, В. К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / В.К. Романко. - М. : Наука ; СПб., 2000. - 342 с.

11. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека (НЭБ):** федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. - Москва, 2019- . - URL: <https://rusneb.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. - Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU:** научная электронная библиотека: сайт. - Москва, 2000- . - URL: <https://elibrary.ru> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: для авторизов. пользователей. -Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»:** сайт / Ассоциация «Открытая наука». - Москва, 2014- . - URL: <https://cyberleninka.ru/>. - Режим доступа: свободный. - Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»:** [сайт]. - URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: для авторизов. пользователей. - Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт:** электронная библиотечная система: сайт. - Москва, 2013. - URL: <https://biblio-online.ru> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: для авторизов. пользователей. - Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ:** сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». - Донецк, 2016- . - URL: <http://library.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: свободный. - Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. - Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. - URL: <http://library.donnu.ru/catalog/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: поиск свободный, электронные документы - для пользователей ДонГУ.
8. **Электронный архив ДонГУ:** раздел сайта / НБ ДонГУ. - Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. - URL: <http://repo.donnu.ru/> (дата обращения: 01.09.2023). - Режим доступа: свободный.

12. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).